FACULTÉ DES ARTS ET DES SCIENCES – DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE

SIGLE DU COURS : PHY2300 NOM DU CHARGÉ DE COURS : Philippe Laporte

TITRE DU COURS : PHYSIQUE MÉDICALE

☒ EXAMEN INTRA
☐ EXAMEN FINAL
☐ EXAMEN DIFFÉRÉ

DATE : 19 février 2024
HEURE : 8h30-10h20
SALLE : MIL-B-2416

DIRECTIVES PÉDAGOGIQUES : ☐ calculatrice programmable ☒ calc. non-prog.
☐ docu. permise (1 page recto-verso) ☒ docu. non-permise
☐ examen imprimé recto-verso

L'examen est sur 25 (+1) points et compte pour 25% de la note finale

Répondez à **TOUTES LES QUESTIONS** et choisissez la **meilleure** réponse ou les **meilleures** réponses dans le cas où plusieurs choix sont spécifiés.

La dernière page du document contient des informations et formules utiles. Vous pouvez vous en servir dans n'importe quel énoncé, sauf sous mention explicite contraire. Idéalement, veuillez indiquer quelle formule vous utilisez et dans quel contexte, le cas échéant.

Veuillez répondre aux questions **directement dans le document**, dans les espaces alloués. Au besoin, vous pouvez utiliser le recto d'une feuille, en indiquant clairement à quelle question vous répondez.

Question	Sous-Question	Pts	Pts Obtenus	Question	Sous-Question	Pts	Pts Obtenus
1.		5		4.		3	
	a)	1		5.		2	
	b)	2		6.		B1	
	c)	2		7.		3	
2.		3		8.		3	
3.		2		9.		4	

1 Questions

1. Soit la fonction triangulaire simple :

$$t(x) = \begin{cases} \dfrac{2\,(b-x)}{(b-a)^2} & \text{, si } x \in [a,b] \\ 0 & \text{, sinon} \end{cases} \tag{1}$$

1.a) Confirmez que $t(x)$ est une pdf. [**1 pt**]

1.b) Trouvez la moyenne de $t(x)$, i.e. calculez $\mathbb{E}[x]$. [**2 pts**]

1.c) Représentez graphiquement vos résultats, avec $a = 0$, $b = 10$. Est-ce que la réponse en (b) est raisonnable ? Justifiez en quelques mots. [**2 pts**]

2. La transformée de Fourier de la fonction $f(x) = e^{-\pi x^2}$ est
$$F(k) = e^{-\pi k^2}. \tag{2}$$
En considérant cette information (ou pas, à votre guise), quelle est la transformée de Fourier de [**3 pts**]
$$g(x) = e^{-\pi(3x-2)^2}.$$

3. Justifiez, sans grands calculs, pourquoi la production de paires ne peut pas survenir dans le vide (sans présence de matière ou de potentiels quelconques) ? [**2 pts**]

4. En utilisant la loi de Beer-Lambert, déterminez une équation reliant le coefficient d'atténuation μ et l'épaisseur pour laquelle le faisceau ne gardera que le 1/7ème de son intensité. [**3 pts**]

5. Le terme «Bremsstrahlung» est souvent utilisé en physique médicale. Expliquez brièvement de quoi il s'agit. [**2 pts**]

6. Expliquez l'étymologie du terme «Bremsstrahlung». [**Bonus : 1 pt**]

7. Décrivez qualitativement brièvement pourquoi la rétro-projection par elle-même (i.e. sans filtre $|k|$) ne fonctionne pas. Expliquez également pourquoi le filtre $|k|$ a un impact. [**3 pts**]

8. Le phénomène de durcissement de faisceaux explique pourquoi, en imagerie par tomodensitométrie, les photons de plus basses énergies sont plus atténués que ceux avec une plus haute énergie. Au-delà des énergies pertinentes à la tomodensitométrie, est-ce que ce phénomène est toujours présent, pour toutes les énergies de photon ? Justifiez. [**3 pts**]

9. Voici quelques fonctions dans l'espace spatial x, y et des transformées de Radon. Identifiez quel objet et quel sinogramme vont ensemble. Expliquez en quelques mots votre choix.
   N.B. : Le centre de référence (x,y), (0,0) est au centre de l'image, là où il y a une croix. Le 0 pour l'axe des ξ est sur la ligne dans les sinogrammes. La projection est faite sur l'axe des x (horizontal).
   N.B.A. : La référence pour chaque petite image se trouve au-dessus. [**4 pts**]

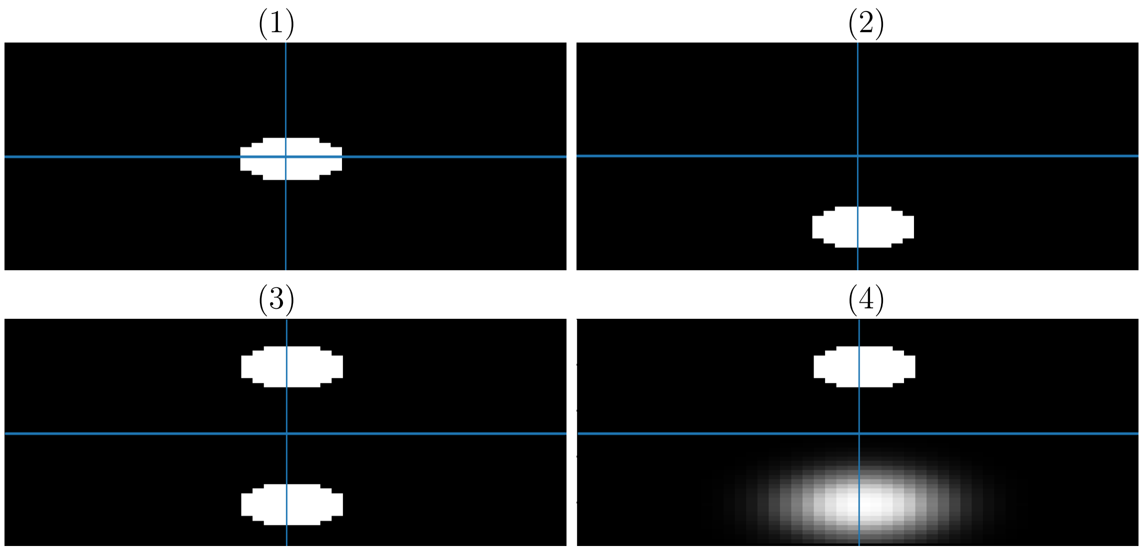

Figure 1 – Quelques fonctions dans l'espace x, y

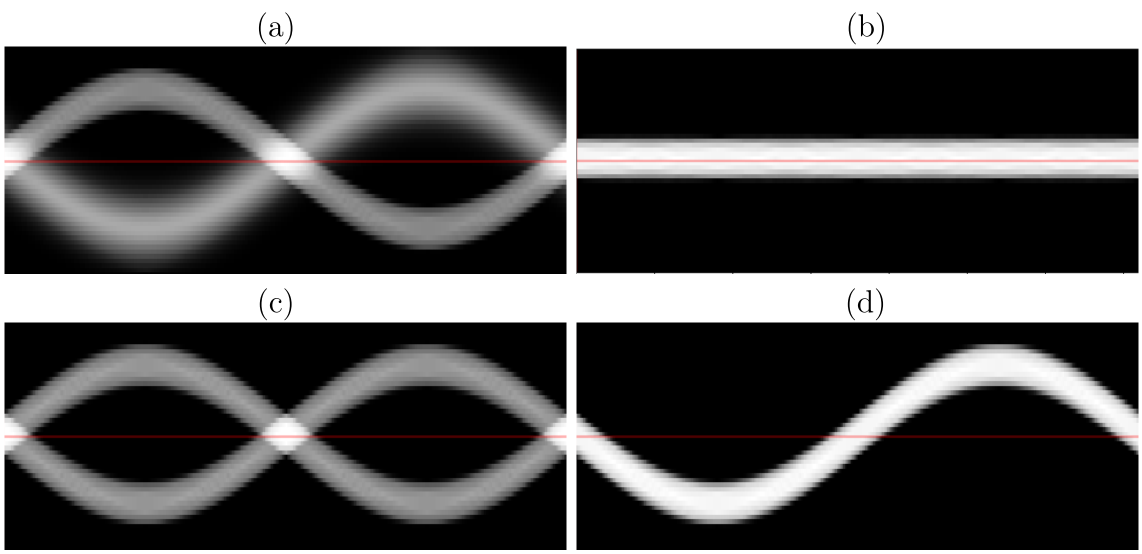

Figure 2 – Quelques sinogrammes dans l'espace ξ, θ

2 Équations Pertinentes

1.	Fonction de densité de probabilité (pdf)		$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
			$f(x) \geq 0$
2.	Espérance Mathématique		$\mathbb{E}[g(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(x)dx$
3.	Moyenne		$\bar{x} = \mathbb{E}[x]$
4.	Variance		$s^2 = \mathbb{E}\left[(x-\bar{x})^2\right]$
4.1.	Variance 2		$s^2 = \mathbb{E}[x^2] - \bar{x}^2$
5.	Loi d'atténuation		$N(x) = N_0 e^{-\mu x} = N_0 e^{-\frac{\mu}{\rho}\rho x}$
6.	Effet Photo-Électrique : Cinématique		$E_{e^-} = h\nu - \phi = E_\gamma - \phi$
7.	Diffusion Compton : Cinématique		$h\nu' = E_{\gamma'} = \dfrac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}(1-\cos\theta)}$
			$T_{e^-} = h\nu \left[\dfrac{\frac{h\nu}{m_e c^2}(1-\cos\theta)}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}(1-\cos\theta)}\right]$
			$\theta = \arccos\left[1 - m_e c^2 \left(\dfrac{h\nu - h\nu'}{h\nu h\nu'}\right)\right]$
			$\text{cotan}\alpha = \left(1 + \dfrac{h\nu}{m_e c^2}\right)\tan(\theta/2)$
8.	Sections Efficaces	P-E	$\sigma_{a,PE}(E,Z) \approx f_{PE}(E)Z^m$
		P-E (Sauter)	$\sigma_{a,PE}(E,Z) \approx f_{PE}(E)Z^5$
		Rayleigh	$\sigma_{a,R}(E,Z) \approx f_{PE}(E)Z^2$
		Compton	$\sigma_{a,C}(E,Z) \approx f_{PE}(E)Z^1$
		PP	$\sigma_{a,PP}(E,Z) \approx f_{PE}(E)Z^2$
9.	Convolution		$f(x) \star g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(x-t)\mathrm{d}t$
10.	Transformée de Fourier 1D	Directe	$\mathcal{F}[f(x)]_k = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i2\pi kx}\mathrm{d}x$
		Inverse	$\mathcal{F}^{-1}[F(k)]_x = \int_{-\infty}^{\infty} F(k)e^{i2\pi kx}\mathrm{d}k$
11.	Théorème de Convolution		$\mathcal{F}[f(x) \star g(x)] = \mathcal{F}[f(x)] \cdot \mathcal{F}[g(x)]$
12.	Propriétés de la Transformée de Fourier	Linéarité	$\mathcal{F}[\alpha f(x) + \beta g(x)] = \alpha\mathcal{F}[f(x)] + \beta\mathcal{F}[g(x)]$
		Décalage	$\mathcal{F}[f(x-x_0)] = e^{-i2\pi kx_0}\mathcal{F}[f(x)]$
		Échelle	$\mathcal{F}[f(ax)] = \dfrac{1}{\lvert a\rvert}F\left(\dfrac{k}{a}\right)$
		Dérivée	$\mathcal{F}\left[f^{(n)}(x)\right] = (i2\pi k)^n\,\mathcal{F}[f(x)]$
		Séparabilité	$\mathcal{F}[f(x)g(y)] = \mathcal{F}[f(x)]_\nu\mathcal{F}[g(y)]_\mu$
13.	Rotation d'axes	x	$x' = x\cos\theta + y\sin\theta$
		y	$y' = -x\sin\theta + y\cos\theta$
13.	Transformée de Radon	1 point	$\mathcal{R}f(\xi,\theta) = \delta\left(\xi - [x_0\cos\theta + y_0\sin\theta]\right)$
		Générale	$\mathcal{R}f(\xi,\theta) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\delta\left(\xi - [x_0\cos\theta + y_0\sin\theta]\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$
14.	Théorème de la Coupe Centrale		$f(x,y) = \int_0^\pi \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi(kx\cos\theta + ky\sin\theta)}\lvert k\rvert\mathcal{F}\left[p_\theta(\xi)\right]_k \mathrm{d}k\mathrm{d}\theta$

SIGNATURES: LE CHARGÉ DE COURS ____________________

LE RÉPONDANT ____________________