

PHY2300 Physique médicale
Hiver 2024
Devoir n°4

À remettre avant le mercredi 10 avril 2024 10 :30 a.m.
sur format physique ou en ligne.

Questions

- 1 [10 pts] En classe, nous avons vu que l'erreur en médecine nucléaire due à l'angle d'émission entre les photons pouvaient être quantifiée de la façon suivante :

$$\delta(\xi, \theta, \alpha) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } \theta = \pi \\ \frac{\sqrt{R^2 - \xi^2}}{|\tan \theta|} \left[-1 + \sqrt{1 + 4\alpha(1 - \alpha) \tan^2 \theta} \right] & , \text{ si } \theta \in]0, \pi[, \alpha \in [0, 1], \xi \in [0, R] \end{cases} \quad (1)$$

où δ est l'erreur de positionnement dans la ligne d'incidence, R est le rayon de l'anneau de détecteurs, θ est l'angle entre les photons d'annihilation, ξ est la distance de la ligne d'incidence mesurée par rapport au centre de l'appareil et α est un facteur indiquant la position relative du lieu d'annihilation par rapport au centre de la ligne d'incidence.

- (a) Prouvez que

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \delta(\xi, \theta, \alpha) = 0. \quad [2 \text{ pts}]$$

- (b) Prouvez que l'erreur diminue si l'événement de détection est proche de la périphérie du détecteur. Pour y arriver, regarder selon deux variables, une à la fois. Dans le premier cas, considérer $\xi \rightarrow R$ et dans le deuxième, si $\alpha \rightarrow 0$ ou $\alpha \rightarrow 1$. [6 pts]
- (c) Malgré le fait que l'erreur diminue en périphérie, l'objet imagé est placé au centre de l'anneau de détecteurs. Pourquoi? Est-ce parce que le personnel d'imagerie ne se fie pas aux mathématiques? [2 pts]

Indice : Considérez les hypothèses utilisées pour nous rendre à l'équation 1.

- 2 [10 pts] Le SNR (*Signal-to-Noise Ratio*, Ratio Signal sur Bruit) est une mesure en imagerie pour discuter de la netteté de l'image. En imagerie médicale, il est généralement défini comme étant

$$\text{SNR} = \frac{\mu_N}{\sigma_N}, \quad (2)$$

où μ_N et σ_N sont la moyenne et l'écart-type, respectivement, d'une région N .

En médecine nucléaire, nous avons parlé d'un modèle pour le bruit, indiquant que

$$b(A; \alpha, \beta, \gamma, T) = \begin{cases} \alpha A & , \text{ si } 0 \leq A \leq T \\ \beta A^\gamma & , \text{ si } A > T \end{cases} \quad (3)$$

où α, β, γ sont des constantes et T est le seuil à partir duquel le bruit n'est plus linéaire.

- (a) Déterminez la constante β en fonction des autres, de sorte que la fonction devienne continue. [2 pts]
- (b) Considérez une région d'activité constante. Déterminez le SNR de cette région. [4 pts]

- (c) Tracez un graphique du SNR en considérant deux valeurs de γ , soit une entre 0 et 1 et l'autre plus grande que 1. Superposez également en pointillé le cas $\gamma = 1$. [**2 pts**]
- (d) Discutez de l'impact du facteur γ sur le choix d'activité à injecter dans un patient dans le contexte de médecine nucléaire. Basez-vous sur le graphique de la section précédente. [**2 pts**]
- 3 [**10 pts**] Considérez une sphère ponctuelle à une distance d d'un écran plat infini. Supposez qu'un faisceau de photon d'intensité I_0 soit incident sur la sphère et qu'une fraction \tilde{I} soit défléchie, selon la relation

$$I(\theta, \phi) = \frac{\zeta \tilde{I} |\cos(\theta)|}{4\pi r^2} \quad (4)$$

Nous voulons savoir quel sera le signal perçu sur l'écran. Pour y arriver, nous travaillerons comme dans le TP.

- (a) Normalisez l'équation 4, de façon à déterminer ζ . [**2 pts**]
- (b) Trouvez le signal sur l'écran, en tout point. [**8 pts**]