

# PHY2300 Physique médicale

Hiver 2024

Devoir n°1

À remettre avant le mercredi 24 janvier 2024 10 :30 a.m. sur format physique.

## Questions

1. [11pt ] Considérons la p.d.f. pour une fonction triangulaire inversée, où  $c$  et  $d$  sont des constantes et où  $A$  est la constante de normalisation :

$$f(x) = \begin{cases} A|x - c|, & \text{si } x \in [c - d, c + d]. \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

- (a) Déterminer la constante de normalisation  $A$ . *Réponse* :  $1/d^2$ . [3pt]  
*Indice 1* : Faites attention aux valeurs absolues lors du choix de domaine d'intégration.  
*Indice 2* : Il y a plusieurs façons de se rendre à la réponse. Tant que vous y arrivez de façon convaincante, cela sera acceptable.
- (b) Esquissez le graphique de  $f(x)$ . [1pt]
- (c) Déterminez la moyenne de cette fonction. Est-ce que ce résultat est raisonnable ? Justifiez en quelques mots (pas lignes !). [3pt]
- (d) Déterminez la variance de cette fonction. Est-ce que ce résultat est raisonnable ? Justifiez en quelques mots (pas lignes !). [3pt]  
*Indice* : Il y a deux façons de trouver la variance. Utilisez la formule de votre choix, mais soyez astucieux : la partie précédente peut résoudre la moitié du présent calcul.
- (e) Déterminez l'écart-type de cette fonction. [1pt]

2. [10pt ] En cours, nous avons vu que l'effet Compton crée un nouveau photon et un électron éjecté. L'énergie du nouveau photon est donné par

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}, \quad (2)$$

où  $E'$  est l'énergie du photon sortant,  $E$  est l'énergie du photon incident,  $m_e$  la masse d'un électron,  $c$  la vitesse de la lumière et  $\theta$  l'angle d'émission du photon résultant.

- (a) La précédente formule peut être réécrite comme

$$E'(E, \theta). \quad (3)$$

Quel est le domaine de  $E'$  par rapport à  $\theta$  ? En d'autres mots, quelles sont les valeurs possibles de  $\theta$  ? [1pt]

*Indice* : Attention à la symétrie.

- (b) Quelle est la valeur maximale de  $E'$  ? À quelle valeur de  $\theta$  cela correspond-il ? [5pt]  
*Indice 1* : Considérez que  $E$  est fixe et ne travaillez qu'avec  $\theta$  comme variable, i.e. tout le reste est constant.  
*Indice 2* : Ressortez vos notions de calcul différentiel.

(c) La réponse précédente est-elle raisonnable ? Justifiez en quelques mots, grâce à un raisonnement physique. [2pt]

(d) Esquissez  $E'(E, \theta)$  en fonction de  $\theta$  (soit pour un  $E$  fixe). [2pt]

3. [9pt] L'effet photoélectrique transfère l'énergie d'un photon incident à un électron orbitale en l'ionisant, selon la relation

$$E_{e^-} = E_\gamma - \phi, \quad (4)$$

où  $E_{e^-}$  est l'énergie de l'électron,  $E_\gamma$  est l'énergie du photon incident et  $\phi$  est l'énergie de liaison de l'électron.

En général, l'énergie de l'électron est sous forme cinétique.

Dans cet exercice, nous explorerons un exemple numérique.

(a) Supposons que l'énergie minimal d'un photon pour ioniser un électron soit de 13.6 eV (comme pour un électron de l'hydrogène). Quelle sera l'énergie cinétique de l'électron à ce moment ? À quelle vitesse de l'électron cela correspond-il ? [1pt]

*Indice* : Pas besoin de calculs ici.

(b) Quelle sera alors l'énergie de liaison  $\phi$ , dans cette situation ? [1pt]

*Indice* : Pas besoin de calculs ici.

(c) Pour le même atome, quelle sera la vitesse d'un électron si le photon incident a une énergie de 30 eV ? Utilisez l'équation classique pour l'énergie cinétique :

$$K = \frac{1}{2}mv^2, \quad (5)$$

où  $m$  est la masse, ici, de l'électron et  $v$  sa vitesse [3pt].

*Indice* : Attention aux unités !

(d) Pour le même atome, quelle sera la vitesse d'un électron si le photon incident a une énergie de 30 eV ? Utilisez l'équation relativiste pour l'énergie cinétique :

$$T = (\gamma - 1)mc^2, \quad (6)$$

où  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$  est le facteur de Lorentz,  $m$  la masse, ici, de l'électron et  $v$  sa vitesse. [3pt]

*Indice* : Attention aux unités !

(e) Discutez, en quelques mots, de la pertinence (ou non-pertinence) de l'utilisation de l'énergie cinétique classique vs relativiste, i.e. équation 5 vs 6. [1pt]